

Эйдос. Кривизна в математике и физике

Сахно В.А.

Аннотация.

Мир субстанционален. Это чисто логический постулат, который пришлось принять под натиском результатов исследования концепции диалектики А.Ф. Лосева как «логос об эйдосе». Доказательством истины всегда служит практика. В статье рассматривается простейшее понятие - кривизна, с позиций субстанционального подхода в философии.

1. Угол и вращение. Известный специалист в области метрологии и физики Коган И.Ш. в своем [сайте](#) на странице [«Анализ понятий “угловое перемещение” и “угол поворота”»](#) задается следующими вопросами:

«В современной метрологии трудно найти более спорную тему, чем вопрос о том, какой величиной является угол поворота: основной или производной, размерной или безразмерной. Вот главные вопросы:

1. Если угол поворота является производной физической величиной, то почему в физике нет уравнения, которое определяет его по основным физическим величинам?
2. Если угол поворота является безразмерной величиной, то почему он имеет в СИ единицу радиан?
3. Почему в СИ только единицы угловой скорости и углового ускорения включают в себя единицу радиан, а единицы других производных физических величин, определяемых уравнениями, в которые входят угол поворота или его производные по времени, не включают в себя эту единицу?
4. Почему в физике пользуются радианной мерой угла поворота, а в практической метрологии - только градусной мерой?»

Поскольку здесь ведется размышления в онтологической плоскости эйдетических представлений, представляется важным упомянуть и роль экзистенциальных представлений в физике, связанных с проблемами угла и вращения в критических замечаниях того же Коган И.Ш.:

«А в учебнике по физике И. Савельева (2005, кн.1) приведено доказательство того, что угловое перемещение считается векторной величиной, но лишь при условии, что оно имеет бесконечно малое значение. Это доказательство основано на такой математической условности: *“путь, проходимый любой точкой (вращающегося) тела при очень малом повороте, можно считать прямолинейным”*.

В этом доказательстве мы сталкиваемся с приближением, с математической абстракцией, которая противоречит условию реальности. В реальности же любая прямолинейная траектория является дугой окружности, соприкасающейся с траекторией в данный момент времени и в данной точке, с радиусом кривизны траектории, значение которого стремится к бесконечности. Так что приводимое у И. Савельева допущение необоснованно объединяет две различные формы движения: прямолинейную и вращательную. В странице, анализирующей вопрос о векторности углов, как физических величин, показано, что и угловое перемещение, и угол поворота являются псевдовекторными величинами».

Тут я соглашусь, и особо выделю, вывод Коган И.Ш., что «Так что приводимое у И. Савельева допущение необоснованно объединяет две различные формы движения: прямолинейную и вращательную». Собственно, почему именно так, и нельзя смешивать две формы движения, посвящена данная статья.

2. *Кривизна в математике*. Ниже приведено определение кривизны по рисунку №85 их учебника по дифференциальному и интегральному исчислению [1]:

§ 7.4. Кривизна и радиус кривизны кривой. Эволюта и эвольвента

Кривизной окружности радиуса R называется число $1/R$. Это число можно также получить как отношение угла между касательными в концах какой-нибудь дуги окружности к длине дуги. Угол α между касательными к окружности в точках A и B равен центральному углу α между радиусами OA и OB . Длина $|\overset{\frown}{AB}|$ дуги $\overset{\frown}{AB}$ равна $R\alpha$. Поэтому (рис. 85)

$$\frac{\alpha}{|\overset{\frown}{AB}|} = \frac{\alpha}{R\alpha} = \frac{1}{R}.$$

Последнее определение кривизны окружности дает идею определения кривизны произвольной гладкой кривой Γ .

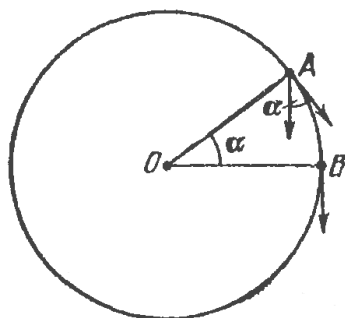


Рис. 85

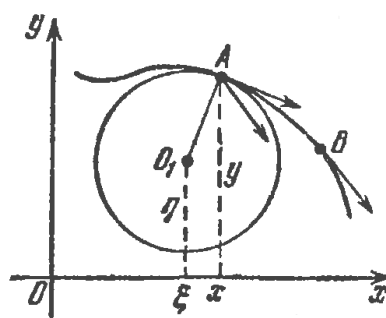


Рис. 86

Рис. 1. Из текста работы [1], страница 316.

В определении кривизны авторами учебника заложена некоторая некорректность, которая не желательна в определениях:

а) Во-первых, когда авторы учебника приводят формулу, они пользуются радианной мерой угла, которая связывает всю окружность и радиус окружности следующей формулой: $L = 2\pi R$. Тогда, при единичном радиусе, вся окружность представляет собой угол - 2π . [Википедия](#) отмечает этот факт следующим образом:

«В геометрии для определения радианной меры угла используют единичную окружность с центром в вершине угла; тогда радианная мера угла равна длине дуги единичной окружности между сторонами угла».

Однако это при **именно единичной окружности!** Если мы хотим вычислить произвольный участок дуги, то вычисляем длину дуги по следующей формуле как на Рис. 85 в [1]: $|\overset{\frown}{AB}| = R\alpha$.

Однако, есть разница в том, когда берется и вычисляется **абсолютная величина** длина дуги, и когда берется **относительная величина** как **отношение** радианного угла **единичной** окружности, к длине дуги **произвольной** окружности. В сущности, в учебнике [1] определяется некий масштабный коэффициент по отношению к образцовой единичной окружности.

б) Во-вторых, само определение носит произвольный характер в том смысле, что не является однозначным. Ведь сократив угол α в отношении, мы как бы вообще отказались от его представительства! Да и какой он по величине – без разницы.

3. Субстанциональность единиц измерения. На данную ситуацию можно посмотреть и с другой стороны. Авторы определения кривизны, начали ее определение с отношения угла к длине угла: $\alpha/|AB|$. С физической точки зрения это разные физические аспекты. Длина $|AB|$ измеряется, к примеру, в метрах. А угол в градусах, или как в данной статье в радианах. И начинается формула как бы с двух физических аспектов: угол/расстояние. А заканчивается только расстоянием!

На самом деле, как это представлено в статье «Эйдос. Субстанции пассивности и активности» [2], такого превращения отношений, как в данной формуле:

угол/расстояние \rightarrow 1/ расстояние

быть не должно, в виду закона сохранения размерности (отражающих субстанции). Собственно, на это и указывает Коган И.Ш. в многих статьях. А авторы учебника [1] сократили угол в своей формуле, пользуясь единицей радиан вне рамок его определения (оставив конкретный радиус, а не единичный).

Явно «подозрительным» кажется и тот факт, что сокращенный (неопределенный) угол, появляется вновь на той же странице как предел:

AB. Отношение угла смежности дуги \overline{AB} к ее длине называется *средней кривизной дуги AB* (рис. 86). Наконец, *кривизной кривой Г* в ее точке *A* называется предел (конечный или бесконечный) отношения угла смежности α дуги \overline{AB} кривой к ее длине $|AB| = |\Delta s|$, когда последняя стремится к нулю:

$$K = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\alpha}{|\Delta s|}. \quad (1)$$

Рис. 2. Из текста работы [1], страница 316.

Этот предел получился тоже «неудачный», поскольку к нулю устремляется только длина дуги $|AB|$. Но смежный угол α к данной дуге тоже устремляется к нулю, иначе бы предел просто обратился в бесконечность! Т.е. сохраняется какая-то неоднозначность.

4. Направление и угол. Представление о *точке* в эйдосе линейных форм геометрии: **точка – линия – угол – плоская фигура – объемная фигура**

задается несколько иным путем, чем в представлениях Евклида, как «то, что не имеет частей». Сначала вводится представление о *направлении*. Что это такое большинству интуитивно понятно. Мы с ним имеем дело, когда нечто провожаем взглядом, слева на право, или наоборот. *Направление* сродни прямой линии, только без фиксации. *Направление* относится к представлениям активной субстанции, а, следовательно, в соответствии с *глобальной субстанциональной дуальностью* оно неявное.

Определенным и явным *направление* становится когда его фиксируют *длинной* – получается *линия*. Так вот *точка* определяется как пересечение множества *направлений*. А когда из данной точки выделили два *направления* и зафиксировали их как *линии*, то между ними получается *угол*.

Угол появляется в эйдосе линейных форм на третьем статусе, там, где лосевское становление:

различие – тождество – становление – ставшее – проявление

Т.е. *угол* – это изменение *направления*. Это надо хорошо представлять, когда речь идет о касательных и радиальных *направлениях* и характере их *становления*.

5. Дифференциальное определение кривизны. Предполагаю, что авторы учебника [1] были «смущены» попыткой ввести кривизну в дифференциальной форме, как это сделано мной в статье [3] и в неких трудах по математике.

$$k = da/ds$$

В этом случае, если воспользоваться вышеприведенным рисунком №85 из учебника [1], то направляющие OA и OB будут практически параллельны по *направлению*. И так же параллельны по *направлению* будут касательные к ним. Но это, то же самое, что угол между радиальным и касательными *направлениями* будет стремиться к 90 градусам, или то же самое в радианах к $\pi/2$. При этом нам становится не важна конкретная точка окружности, поскольку это предельное дифференцирование.

Но это качественное описание. И тут как бы вступает в силу принцип относительности, который очень важен, и здесь мы его просто обозначим эмпирическим образом: «нельзя самому себе заглянуть в глаза». По этой причине в статье «Эйдос. Первый закон логики» [4] были отторгнуты такие «безобидные» формулы типа: $A=A$. Такие формулы носят экзистенциальный характер *реальности*, типа того, что субъект видит перед собой два одинаковых объекта и утверждает об их тождественности. В то время как «тождество бытия и мышления» должно обеспечиваться методически.

Иначе говоря, «судить» о том, к чему же стремится da/ds лучше «со стороны» других методов и систем координат. Таких непредвзятых две «стороны» и были указаны мной в статье [3] как логарифмическая спираль и дифференцирование в прямоугольных координатах. Там в одном и в другом методе, результат приводил к численной величине $\pi/2$. В результате было дано определение кругу:

Круг - это кривая с постоянной кривизной $\pi/2$. (1)

Ясно, что это определение дифференциальной кривизны. Определение несколько странное, поскольку его *явные* субстанциональные «габариты» не определены. Но не так ли мы поступаем, когда постулируем круг через радиус, не задумываясь о *неявных* субстанциях (угла). [Википедия](#):

«Круг — геометрическое место точек плоскости (всех таких точек), расстояние от которых до заданной точки, называемой центром круга, не превышает заданного неотрицательного числа, называемого радиусом этого круга. Если радиус равен нулю, то круг вырождается в точку».

С другой стороны, такое определение говорит нам, что при любом изменении: или угла, или расстояния соотношение da/ds остается постоянным, в том смысле, что радиальное направление будет соответствовать изменению касательной, выдерживается по всей окружности. Таким образом, *центр окружности получается как следствие постоянства дифференциальной кривизны независимо от радиуса*.

Особенность такого определения в том, что оно *относительно*, т.е. определяет более сторону *активной* субстанции (угла). И как следствие этого зависит от *конкретных* начальных условий. Польза от такого определения более философская, поскольку оно собой представляет первую форму «тождества» - *эквивалентность*, которая является сущностью («нечто постоянное при любом изменении») эйдоса тороида [3]:

$$da/ds - ak - a(dk/ds) - a(1/2)k^2 - ak(dk/ds)$$

Если кривизну определять как $1/R$, то такое определение предельно **конкретно**. Ведь в этом определении ничего не говорится о наличии угла в окружности!

В определении (1) использовался подход, в котором и *пассивная* (s) и *активная* (a) субстанции поставлены в равнозначное положение в отношении к пределу. Таким образом величина da/ds определяет «фигурность» любого круга, порождающего при каждой возможности пространственный простор для деятельности эйдоса.

В определении кривизны и в эйдосе тороида нет времени!!! Рисуя и используя привычные нам прямоугольные (декартовы) координаты мы не задумываемся над онтологическими обстоятельствами их «прямоугольности», столь привычной нам в быту. Не даром круг всегда был эзотерической фигурой, например, у той же Блаватской Е.П. {1}.

6. Экзистенциальность и онтология. Характерный пример, когда происходит путаница между нашими чувственными представлениями и онтологическим устройством мира свойственно не только вышеуказанному автору учебника по физике Савельеву И.В. [5] Вот что пишет Елашкина А. в статье [6] размышляя о диалектике:

«Точно так же машина сегодня не может работать с противоречиями. Так, чтобы одновременно было и А и не-А, чтобы нарушался закон запрещения противоречий (ЗЗП).

Один из мыслителей, оказавший значительное влияние на развитие современной математики, Николай Кузанский, живший в XV веке, занимался предельными переходами и довольно просто доказал, что отрезок и окружность тождественны при переходе в бесконечность — отрезок становится бесконечной прямой, а окружность бесконечного радиуса приобретает минимальную кривизну и сливается с этой прямой. Но ведь окружность — это замкнутая кривая, а линия — разомкнута. Либо одно, либо другое — соблюдается ЗЗП в математике! А предельный переход прямо приводит к тому, что замкнутое и разомкнутое — это одно и то же. Причем ладно бы, если бы совпали какие-то несущественные признаки, а то ведь самые важные, качественно определяющие взятые объекты! Математический анализ, в его современном понимании, пользуется предельными переходами. При этом и качества, например, «треугольности», или «прямоугольности» без дополнительного обсуждения считаются неизменными. А почему, собственно, это так? Похоже, математика боится единства противоречий. И тем самым сама ограничивает себя в своих основаниях. Вообще, ЗЗП, как выясняется, соблюдается в математике везде, кроме самих ее оснований».

Как мы видим из текста, за основу рассуждений взят факт, что в чувственной сфере чем больше круг, тем каждый его отрезок приближается к прямой. Да, с видимой (экзистенциальной) стороны локального наблюдателя — это так. Но на самом деле, «круг он и в Африке круг». Дифференциальная кривизна его при любом значении радиуса остается неизменной, поскольку не зависит от него.

Поэтому заявление автора статьи [6]: «**Похоже, математика боится единства противоречий. И тем самым сама ограничивает себя в своих основаниях**» — является беспочвенным в данном случае, поскольку наличие противоречий — это тупик логики и отсутствие диалектики. Мир развивается на принципах «орто-», а ни «анти-», как это в гегелевской философии [7]. Потому-то заявление, что «**Точно так же машина сегодня не может работать с противоречиями**» соответствует истине, поскольку обычно машина выполняет какую-то конструктивную и созидательную работу, в то время как наличие противоречий — это тупик конструктивной логики.

7. Что дальше? В том плане, что не привело ли данное определение кривизны как $1/R$ к каким-либо последствиям? Взглянем на другой расчет из учебника по физике [8]:

Вычислим ускорение точки:

$$\mathbf{w} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(v\boldsymbol{\tau}) = \frac{dv}{dt}\boldsymbol{\tau} + v\frac{d\boldsymbol{\tau}}{ds}\frac{ds}{dt} = \frac{dv}{dt}\boldsymbol{\tau} + v^2\frac{d\boldsymbol{\tau}}{ds}.$$

Вектор $d\boldsymbol{\tau}/ds$ называется вектором кривизны. Он связан с единичным вектором нормали к кривой \mathbf{n} следующим образом:

$$\frac{d\boldsymbol{\tau}}{ds} = \frac{1}{\rho}\mathbf{n},$$

где величина ρ называется радиусом кривизны траектории в рассматриваемой точке.

Таким образом, вектор ускорения \mathbf{w} оказывается разложенным на два взаимно перпендикулярных единичных вектора $\boldsymbol{\tau}$ и \mathbf{n} следующим образом (рис. 1):

$$\mathbf{w} = \frac{dv}{dt}\boldsymbol{\tau} + \frac{v^2}{\rho}\mathbf{n}.$$

Рис. 3. Из текста работы [8], страница 16.

Кривизна здесь несколько иного рода – векторная, но радиус в кривизне присутствует. Первый член ускорения, в рамках традиционной физики, определяет силу Ньютона. А второе ускорение (пропорциональное квадрату мгновенной скорости) определяет, так называемую, центробежную силу, например, из [Википедии](#):

«Эквивалентное выражение для центробежной силы можно записать как

$$\mathbf{F} = m\boldsymbol{\omega}^2\mathbf{R} \quad \text{» (2)}$$

Где сила и радиус векторные величины, m – масса материальной точки, а $\boldsymbol{\omega}$ – угловая частота. Здесь проведена замена, учитывая, что касательная скорость $\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega}\mathbf{R}$ и получается формула (2).

Согласно эйдетическим представлениям **любая сила не может быть квадратичной!** Поскольку, как только мы говорим слово «сила», то это статус эйдоса как Языка. Спрашивается, если есть какой-то физический эффект, который обеспечивает «центробежной сила», то какова его энергия? (Которая как раз должна быть «квадратичной»!) Мне не удалось отыскать литературу с определением энергии с феноменом «центробежная сила». Но по моим представлениям – ее не может и быть!

Более того в любом вращательном (криволинейном) движении, точечную массу представлять не желательно, поскольку это не онтологично. Представлен может быть только момент инерции: $\mathbf{I} = m\mathbf{R}^2$. Одним словом, здесь действует динамичный эйдос вращательного движения:

$$d\mathbf{I}/dt - \mathbf{I}\boldsymbol{\omega} - \mathbf{I}(d\boldsymbol{\omega}/dt) - \mathbf{I}\boldsymbol{\omega}^2/2 - \mathbf{I}\boldsymbol{\omega}(d\boldsymbol{\omega}/dt)$$

- величину $d\mathbf{I}/dt$ можно назвать «переносом инерции»;
- величина $\mathbf{I}\boldsymbol{\omega}$ момент импульса вращения;
- величина $\mathbf{I}(d\boldsymbol{\omega}/dt)$ – момент силы вращения;
- величина $\mathbf{I}\boldsymbol{\omega}^2/2$ – энергия вращения;
- величина $\mathbf{I}\boldsymbol{\omega}(d\boldsymbol{\omega}/dt)$ – мощность вращения;

Таким образом, скорее всего, формула центробежной силы – это «незаконное дитя» онтологически неверных математических преобразований (в том числе). Могу предположить, что если мы вращаем грузик на веревке, к примеру, то возникает не равенство сил, а пропорциональность момента импульса $I\omega$ и «механического напряжения» kx о котором писалось в [9,10,11]. Т.е. если мы вставим в разрыв веревки пружинный динамометр, то должна быть справедлива зависимость $I\omega \sim kx$ (где k – коэффициент упругости, x – смещение пружинки в направлении веревки).

Собственно, представление о моменте инерции, с его радиусом и появилось благодаря тому, что материальную точку при вращении надо удерживать.

Ни в третьем законе Ньютона, ни во вращательном движении **никаких равенств сил быть не может!** Для представления онтологии силы слово «равенство» (с чем-то внешним) вообще не подходит, поскольку она служит для «перекачки» активной субстанции от «одного» к «многому» в конструктивном плане, в пределах одного эйдоса, поскольку это по своей диалектической фундаментальной сути – *становление*.

Равенство возможно только на уровне 2-го статуса эйдосов (*сущности*), поскольку они представляют собой линейное соотношение субстанций *активности* и *пассивности*. Именно здесь возможна уравнивание соответствующих субстанций и инварианты (импульса, «механических напряжений», ...).

Так что, математическая кривизна в виде $1/R$ не способствовала формированию правильных онтологических представлений в физике.

8. Выводы.

а) «Прямоугольность» и «линейность» видимого мира и неизменно присутствующая в нем цикличность, хотя бы в форме круга, связывает отнюдь не гегелевские противоречия, как это в статье Елашкиной А. [6], а **глобальная субстанциональная дуальность** [2].

б) Убежден, что нельзя так свободно (так и хочется сказать – «либерально») обходиться с математическим моделированием физических процессов. Еще раз взглянем на текст из учебника [8], показанном на рис.3.

Рассуждения об ускорении кинематической точки на траектории ведется из представлений, что скорость имеет векторный характер - dv/dt ! А далее, единый объект – скорость $v = v\tau$, представляется, в онтологическом плане, как произведение «количества» (v) на «качество» (τ). Ну, а дальше – «дело техники»! Нет, эйдетические представления не предполагают такого «скрещивания». Еще раньше в [10] я писал:

«Эйдосу вектор не нужен. Ведь эйдос это технологии возможностей того или иного объекта. А кому кроме материальной точки нужен ее вектор, тем более что энергия - скалярная величина. Вектора возникли из беспомощности математики в рамках трансляционных координат отразить движение».

С момента публикации [10], убежденность, в том, что вектора — это «костыли» математической физики, только подтверждаются. А ведь если мы заглянем во многие учебники по физике, они вообще начинаются с представлений о векторах.

Вот к примеру: Аппель П. («Теоретическая механика. Том 1, Статика. Динамика точки.» М.: Госиздат. физико-математической литературы, 1960 г.) начинает так:

Часть первая. Предварительные понятия.

Глава первая. Теория векторов.

И далее 35 параграфов...

Мне пока не удалось обнаружить эйдети́чность векторов. Думаю, что применение их возникло по причине приведенной выше цитаты. И, выражаясь юридическим языком, подозреваю, что во многих случаях – применение векторов нелегитимны.

Литература.

1. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика: Учеб. для вузов: В 3 т. / Под ред. В. А. Садовниченко. — 6-е изд., стереотип. — М.: Дрофа, 2004. — (Высшее образование: Современный учебник), Т. 2: Дифференциальное и интегральное исчисление. — 512 с.
2. Сахно В.А. Эйдос. Субстанции пассивности и активности // «Академия Тринитаризма», 14.09.2015, <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001d/00162535.htm>
3. Сахно В.А. Эйдос. Уникальность тороида, 01.09.2015, <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001d/00162531.htm>
4. Сахно В.А. Эйдос. Первый закон логики, 09.07.2015, <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001d/00162499.htm>
5. Савельев И.В. Курс общей физики (в 5 книгах). – М.: АСТ: Астрель, 2005.
6. Елашкина А. Как кибернетика разошлась с диалектикой, Ж-л «Открытые системы», № 09, 2006, <http://www.osp.ru/os/2006/09/3776514/>
7. Демьянов В.В. Эвалектика ноосферы. – Новороссийск: НГМА, ч.1, 1995, 384 с.; ч.2, 1999, 896 с.; ч.3, 2001, 880 с.
8. Журавлев В.Ф. Основы теоретической механики. Изд. 2-е, перераб.—М.: Издательство Физико-математической литературы, 2001.—320 с.—ISBN 5-94052-041-3.
9. Сахно В.А., Эйдети́ческий язык физики. Сила, 02.01.2015, <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001d/00162396.htm>
10. Сахно В.А. Эйдети́ческий язык физики. Системы отсчета, 17.01.2015, <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001d/00162404.htm>
11. Сахно В.А. Что произошло в механике? 30.01.2015, <http://sahno.trinitas.pro/2015/01/30/chto-proizoshlo-v-mehanike/>

Примечания.

{1} http://ru.teopedia.org/hpb/Круг_с_Точкой

«Брама, в своей совокупности имеет, прежде всего, аспект Пракрити, как эволюционирующей, так и не эволюционирующей (Мулапракрити) и также аспект Духа и аспект Времени. Дух, о Дважды-рожденный, есть главный аспект Высочайшего Брамы. Следующий аспект двоякий – Пракрити, эволюционирующая и не эволюционирующая, и последним является Время». В орфической теогонии Кронос так же представлен, как рожденный бог или посредник.

В этой стадии пробуждения Вселенной, сокровенный символизм представляет ее, как совершенный Круг с Точкою (Корнем) в Центре.

Источник: [Блаватская Е.П. - Тайная Доктрина т.1 гл.Пролог»](#)